

ІС ТӘЖРИБЕЛІК САБАҚТАР МАТЕРИАЛДАРЫ

1-САБАҚ. Айнымалылары ажыратылатын теңдеулер

Сабақ мақсаты. Студенттерді теңдеулерді интегралдау әдістерімен таныстыру.
Әдебиет: 6, № 51-65.

Бұл жерде айнымалылары ажыратылатын теңдеулердің жалпы түрін келтіру керек: $M_1(x)N_1(y)dx + M_2(x)N_2(y)dy = 0$ $N_1(y) \neq 0, M_2(x) \neq 0$ болғанда осы өрнектерге бөлу айнымалыларын ажыратуға болады. Осы жерде жалпы шешім немесе жалпы интеграл туралы түсінік бере кету керек. Шешімдер қатары жоғалмас үшін $N_1(y) = 0, M_2(x) = 0$ болатын жағдайларды тексеру керек. Бұл жерде ерекше шешімдер болуы мүмкін.

Сұрақтар:

1. Айнымалылары ажыратылатын теңдеу деп қандай теңдеуді айтамыз?
2. Жалпы шешім, жалпы интеграл дегендер нені білдіреді?
3. Ерекше шешім деген нені білдіреді?

2-САБАҚ. Біртекті теңдеулер мен оған келтірілетін теңдеулер

Сабақ мақсаты: Бірінші ретті сызықты және Бернулли теңдеуін интегралдау әдістерімен таныстыру.

Әдебиет: 6, №№ 101-129

Біртекті теңдеулердің жалпы түрі $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ түрінде жазылады. Мұндай

теңдеулер $y = xt$ алмастыруы арқылы айнымалылары ажырайды.

$y' = f\left(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}\right)$ түріндегі теңдеулерде біртектіге келтіріледі. Мұнда

анықтауыштың нөлге тең, тең емес жағдайына байланысты алмастыру түрі әртүрлі болатынын көрсету керек.

Сұрақтар:

1. Қандай теңдеуді біртекті деп атаймыз?
2. Біртекті теңдеулерді интегралдау үшін қандай алмастыру қолданылады?
3. Жалпылама – біртекті теңдеу деп қандай теңдеуді айтамыз?

3-САБАҚ. Сызықты теңдеулер және оған келтірілетін теңдеулер

Сабақ мақсаты: Бірінші ретті сызықты және Бернулли теңдеуін интегралдау әдістерімен таныстыру.

Әдебиет: 6, №№ 136-160

1. Жалпы түрі: $y' + p(x)y = q(x)$. Бұл теңдеуге вариациялау әдісі арқылы жалпы шешімнің түрі анықталады:

$$y = e^{-\int p(x)dx} \left[C + \int q(x)e^{\int p(x)dx} dx \right]$$

2. Бернулли теңдеуі: $y' + p(x)y = q(x)y^\alpha$, ($\alpha \neq 0$, $\alpha \neq 1$). Бұл теңдеу $y^{1-\alpha} = z$ алмастыруы арқылы сызықты теңдеуге келетінін көрсету керек. Бұл жағдайда жалпы шешім былай жазылады:

$$y^{1-\alpha} = e^{-(1-\alpha)\int p(x)dx} \left[C + (1-\alpha)\int q(x)e^{(1-\alpha)\int p(x)dx} dx \right]$$

Сұрақтар:

1. Қандай теңдеуді сызықты деп атаймыз?
2. Бернулли теңдеуі деп қандай теңдеуді атаймыз?
3. Риккати теңдеуі деп қандай теңдеуді атаймыз?

4-САБАҚ. Толық дифференциалды теңдеулер

Сабақ мақсаты: Толық дифференциалды теңдеулерді интегралдау әдістерімен таныстыру.

Әдебиет: 6, №№186-220

Теңдеу сол жағы кейбір функцияның толық дифференциалы болып келетін теңдеулерді интегралдау үшін қажетті шарттың орындалуын тексеру керек.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ теңдеуі үшін қажетті шарт: $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ түрінде

жазылатынын көрсету керек. Бұл шарттың жеткілікті екенінде айту керек.

Қажетті шарт орындалғанда теңдеудің екі жағын бір белгісіз функцияға көбейтіп, толық түрге келтіруге болады. Мұндай функцияны интегралдық көбейткіш деп атайды.

Сұрақтар:

1. Қандай теңдеу толық дифференциалды теңдеу деп аталады?
2. Интегралдық көбейткіш дегеніміз не?
3. Көп айнымалы функцияның толық дифференциалы қалай жазылады?

5-САБАҚ. Туынды бойынша шешілмеген теңдеулер

Сабақ мақсаты: Жалпы параметр енгізу әдісімен таныстыру.

Әдебиет: 6, №№241-266

Теңдеудің жалпы түрі: $F(x, y, y') = 0$. Бұл теңдеу бірнеше теңдеуге ажырау мүмкін. Олардың әрқайсысын интегралдау арқылы жалпы шешімді табамыз.

Сұрақтар:

1. Коши есебі қалай қойылады?
2. Ерекше шешімдер дегеніміз не?

6-САБАҚ. Параметр енгізу әдісі. Лагранж және Клеро теңдеулері

Сабақ мақсаты: Шешімнің параметрлік түрі қалай анықталатынын көрсету. Лагранж және Клеро теңдеулерінің ерекшеліктерімен таныстыру.

Әдебиет: 6, №№267-286, №№287-296

Теңдеудің жалпы түрі x - бойынша, немесе y - бойынша шешуге болатын жағдайда $y' = p \Rightarrow dy = pdx$ өрнектері пайдаланылады. Бұл жағдайда теңдеу

симметриялық түрге келтіріледі. Сәйкес белгілі әдістерді қолдануға болады. Лагранж және Клеро теңдеулері параметр енгізу арқылы сызықты немесе екі теңдеуге ажырау арқылы оңай интегралданады. Бұл жерде ерекше шешімдер пайда болады.

Сұрақтар:

1. Лагранж теңдеуі деп қандай теңдеуді айтамыз?
2. Клеро теңдеуінің қандай айырмасы бар?
3. Ерекше шешімдер деп қандай шешімдерді айтамыз?

7-САБАҚ. Жоғарғы ретті теңдеулер. Реті төмендетілетін теңдеулер

Сабақ мақсаты: Реті төмендетілетін теңдеулермен танысу.

Әдебиет: 6, № 421-450

Жалпы түрі: $F(x, y, y', \dots, y^n) = 0$ түрінде жазылады. Бұл теңдеулердің түрлеріне қарай әртүрлі алмастыру енгізу арқылы оның ретін төмендетіп интегралдауға болады.

1. Егер теңдеуге белгісіз функция мен оның k - ретке дейінгі туындылары кірмесе, онда теңдеудің ретін k - өлшемге келтіруге болады.
2. Егер теңдеуге тәуелсіз айнымалы кірмесе, онда оның ретін бір өлшемге кемітуге болады.
3. Егер теңдеу y және оның туындылары бойынша біртекті болса, онда $y = e^{\int z dx}$ алмастыруы арқылы оның реті бір өлшемге кемітінін көрсету керек. Басқа да жағдайлар қарастырылады.

Сұрақтар:

1. Біртекті теңдеу деп қандай теңдеуді айтамыз?
2. Жалпылама – біртекті теңдеулерге қандай алмастыру қолданылады?

8-САБАҚ. n - ретті тұрақты коэффициентті сызықты біртекті теңдеулерді интегралдау (Эйлер әдісі)

Сабақ мақсаты: Тұрақты коэффициентті сызықты біртекті теңдеулерді интегралдау әдістерімен таныстыру.

Әдебиет: 6, №№ 511-532

Теңдеудің іргелі шешімдер жиынын құру. Сипаттаушы теңдеудің түбірлеріне байланысты шешімнің түрлері. Резонанс, резонанс емес жағдайлар.

Сұрақтар:

1. Сипаттаушы теңдеу қалай құрылады?
2. Іргелі шешімдер жүйесі деген не?
3. Базис бойынша жалпы шешім қалай құрылады?

9-САБАҚ. Оң жағы квазиполином болып келетін біртекті сызықты теңдеулерді интегралдау. Тұрақтыларды вариациялау әдісі

Сабақ мақсаты: Біртекті сызықты теңдеулерді интегралдау әдістерімен таныстыру. Біртекті сызықты теңдеулер үшін Лагранж әдісін қолдану.

Әдебиет: 6, №№ 533-547, №№ 575-581

Оң жағы квазиполином түрінде берілген теңдеулердің дербес шешімін табу үшін анықталмаған коэффициенттер әдісі қолданылады.

Сұрақтар:

1. Біртекті сызықты теңдеудің жалпы шешімі қалай құрылады?
2. Суперпозиция қасиеті нені білдіреді?
3. Вариациялау әдісі деп нені айтамыз?
4. Қай жағдайда вариациялау әдісі қолданылады?

10-11 САБАҚ. Сызықты жүйелерді интегралдау

Сабақ мақсаты: Сызықты біртекті және біртектісіз жүйелерді интегралдау әдістерімен таныстыру. Эйлер әдісін қолдану.

Әдебиет: 6, №№786-800

Тұрақты коэффициентті біртектісіз сызықты жүйелерге анықталмаған коэффициент әдісін қолдануға болады. Кейбір жағдайда жүйені бір теңдеуге келтіріп интегралдауға болады.

Сұрақтар:

1. Тұрақтыларды вариациялау дегеніміз не?
2. Дербес шешім қалай анықталады?

12-САБАҚ. Орнықтылықты зерттеу әдісі

Сабақ мақсаты: автономды жүйелер үшін орнықтылық туралы түсінікпен таныстыру. Бірінші жуықтау бойынша орнықтылыққа зерттеу әдісімен таныстыру.

Әдебиет: 6, №№ 899-906

Тұрақты коэффициентті автономды жүйелердің шешімдерін орнықтылыққа зерттеу. Бірінші жуықтау бойынша орнықтылық.

Сұрақтар:

1. Орнықтылық деген нені білдіреді?
2. Асимптотикалық орнықтылық деген не?

13-САБАҚ. Қалыпты жүйені интегралдау

Сабақ мақсаты: Қалыпты жүйелерді интегралдау әдістерімен таныстыру. Қалыпты жүйенің симметриялық түрі.

Әдебиет: 6, №№1141 -1159

Кейбір жағдайда қалыпты жүйені бір теңдеуге келтіріп интегралдауға болады. Ал көптеген жағдайларда қалыпты жүйені интегралдаушы комбинация құру арқылы интегралдау тиімді болады

Сұрақтар:

3. Интегралдаушы комбинация деген не?
4. Қалыпты жүйенің симметриялы түрі қалай анықталады?

14-САБАҚ. Дербес туындылы теңдеулерді интегралдау

Сабақ мақсаты: Дербес туындылы теңдеулерді интегралдау әдісімен таныстыру.
Әдебиет: 6, №№ 1167-1188

Бірінші ретті дербес туындылы сызықты және квазисызықты теңдеулерді интегралдау үшін сипаттауыштар әдісі қолданылады. Бұл әдіс бойынша дербес туындылы теңдеуге жай дифференциалдық теңдеулер жүйесі сәйкес қойылады. Осы жүйенің өзара тәуелсіз интегралдарының кезкелген байланысы берілген дербес туындылы теңдеудің жалпы шешімін беретінін көрсету керек.

Сұрақтар:

1. Жүйенің интегралы деп нені айтамыз?
2. Өзара тәуелсіз шешімдер қалай анықталады?

15-САБАҚ. Дербес туындылы теңдеулер үшін Коши есебі

Сабақ мақсаты: Дербес туындылы теңдеулер үшін Коши есебінің қалай қойылуымен таныстыру.
Әдебиет: 6, №№ 1189-1196

Екі айнымалы дербес туындылы теңдеу үшін Коши есебінің геометриялық мағынасы. Бастапқы шартты қанағаттандыратын дербес шешімді бөліп алу.

Сұрақтар:

1. Жүйенің симметриялық түрі дегеніміз не?
2. Симметриялыжүйенің интегралдары қалай анықталады?

Тексеру сұрақтары

1. Бірінші ретті дифференциалдық теңдеулер. Негізгі түсініктер.
2. Коши есебі. Дербес, ерекше шешімдер.
3. Айнымалылары ажыратылатын теңдеулер.
4. Айнымалылары ажыратуға келетін теңдеулер.
5. Бірінші ретті сызықты теңдеулер.
6. Бернулли теңдеуі.
7. Толық дифференциалды теңдеулер. Интегралдық көбейткіш.
8. Туынды бойынша шешілмеген теңдеулер.
9. Параметр енгізу әдісі. Лагранж, Клеро теңдеулері.
10. Жоғарғы ретті теңдеулер.
11. Реті төмендетілетін теңдеулер.
12. n - ретті сызықты теңдеудің жалпы қасиеттері.
13. Сызықты дифференциалдық оператордың қасиеттері.
14. n - ретті біртекті сызықты теңдеудің шешімдерінің қасиеттері.
15. Шешімдердің өзара тәуелділігі, тәуелсіздігі. Вронский анықтауышы.
16. n - ретті тұрақты коэффициентті сызықты біртекті теңдеуді интегралдау. Эйлер әдісі.
17. Лиувилль формуласы.
18. n - ретті біртекті сызықты теңдеулердің шешімдерінің қасиеттері.
19. n - ретті тұрақты коэффициентті біртекті теңдеуді интегралдау. Вариациялау әдісі.
20. Сызықты теңдеулер жүйесі. Жалпы қасиеттері.
21. Біртекті сызықты жүйенің шешімдерінің қасиеттері.

22. Біртекті сызқты жүйенің шешімдерінің қасиеттері.
23. Тұрақты коэффициентті сызқты жүйені интегралдау.